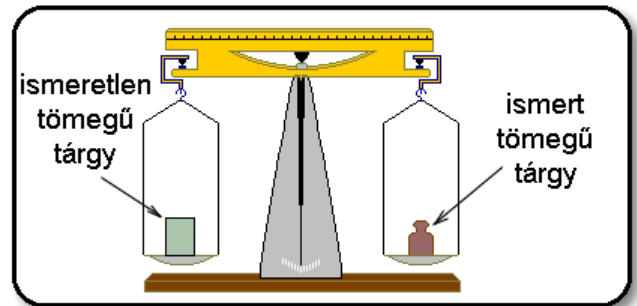
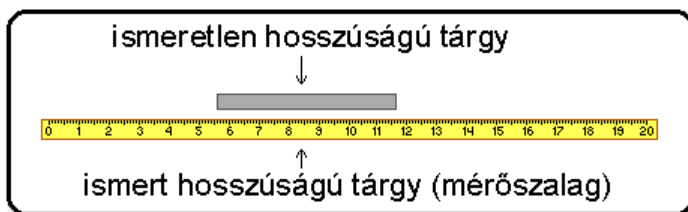


Értékes jegyek és mérési adatok

A laboratóriumi munkában kevésbé járatos diákok úgy gondolhatják, hogy az előforduló számadatok mindig pontosak. Valóban, ha egy szakácskönyvben azt olvassuk, hogy 3 tojás kell a főzéshez, mindenki úgy gondolja, hogy az pontosan 3, nem pedig 3,1 vagy 2,8 tojást jelent (függetlenül attól, hogy mekkora méretű a tojás). Viszont, ha tömeget vagy térfogatot kell mérni, már nem ennyire egyértelmű annak értéke.

A laboratóriumban használt **számadatok** nagy része mérésen alapszik, amelynek **pontossága** számos tényezőtől függ; elsősorban a méréshez használt összehasonlító eszköztől, de a kísérletet végző személy figyelmessége is befolyásolja. A méréshez mindig összehasonlító etalon szükséges, amelyhez a mérendő tárgyat hasonlítjuk. A mért adatok pontosságát a leírásukhoz használt **értékes jegyek számával jellemezzük**.



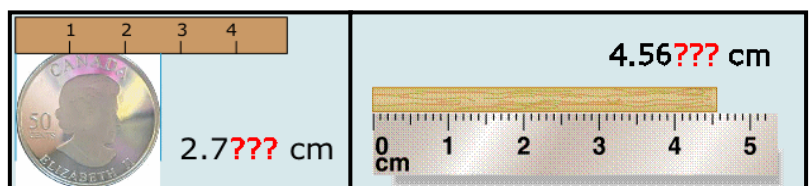
Pl. a modern bolti mérlegek már gramm pontossággal mérik az árut, míg a fürdőszobai mérlegen csak a kg-ot és esetleg a fél kg-ot jelzi rovátka. Ezért a fürdőszobai mérlegen egyaránt 2,5 kg-nak látjuk pl. a 2,476 kg-ot is és a 2,533 kg-ot is. Azt mondjuk, hogy a fürdőszobai mérlegen két értékes jegy pontossággal lehetett a mérési adatokat leolvasni, míg a bolti készüléken 4 értékes jegyre. **NEM a tizedes jegyek számítanak!**



Különböző pontosságú laboratóriumi mérlegen mértük ugyanannak a mintának a tömegét. A táramérlegen mért adat 3, míg az analitikai mérlegen mért adat 6 értékes jegyet tartalmaz. **A mérési adatokat mindig a leolvasásnak megfelelő pontossággal szükséges leírni!** A digitális kijelzésű mérő-készülékek esetén ez egyszerű, mert mutatott valamennyi számot lejegyezzük. A készüléken kijelzett mennyiség pontatlansága az utolsó számjegyre korlátozódik. Az analóg kijelzésű készülékek leolvasása-

kor, illetve összehasonlító skála használata esetén azonban a vizsgálatot végző személy észlelése is módosíthatja az eredményt, mivel az utolsó számjegy leolvasása ebben az esetben is pontatlan. Az összehasonlító etalon skálájának léptéke azt is meghatározza, hogy az adatot hány értékes jegyre lehet leolvasni.

A pénzérme átmérőjét ezzel a skálával csak 2 értékes jegyre lehet megállapítani, mert a mm-t már csak becsülni lehet; a lécs hosszúságának mérésére használt vonalzóval viszont 3 értékes jegyre tudunk mérni, hiszen itt a tized mm-t kell becsülni. Abban az esetben, ha a becsült számjegy zérus értékű, akkor azt is fel kell írni a megfelelő pontosságú adat eléréséhez.



Mi a különbség a 25 cm^3 és a $25,00 \text{ cm}^3$ felírásában?

A 25 cm^3 -t olyan eszközzel mértük, amely olyan módon jelzi a térfogategységeket, hogy a mért térfogat lehet 24 cm^3 is és lehet 26 cm^3 is, mert az egész cm^3 -t becsültük. Ezzel szemben a $25,00 \text{ cm}^3$ esetén garantált a $24,99$ és a $25,01 \text{ cm}^3$ közötti térfogat. Ezért **a mért adatokat úgy kell felírni, hogy az jelezze a mérés (a mérőeszköz) pontosságát!**

Értékes jegyek száma

A kémiai számításokban megadott *adatokat, számokat* két nagy csoportba soroljuk: **szorzó/váltó számokra** és **mért mennyiségekre**.

- **A szorzó/váltó számok nem meghatározóak az értékes jegyek számának megállapításában.** Ezek a különböző matematikai, fizikai, vagy kémiai összefüggések együtthatói, a mértékegységek átváltó számai ($100 \text{ cm}/1 \text{ m}$; $1 \text{ dm}^3/1000 \text{ cm}^3$; $1 \text{ h}/3600 \text{ s}$; $1 \text{ atm}/101325 \text{ Pa}$; $0,00 \text{ °C} = 273,16 \text{ K}$).

Gyakran gondot jelent, hogy egyes **állandókat** - főként a moláris tömegeket, és más moláris mennyiségre vonatkoztatott együtthatókat - milyen pontossággal felírt alakban használjuk. Ezért célszerű ezeket 4 értékes jegyre megadni, ami a legtöbb kémiai számítás pontosságának megfelel.

Avogadro-állandó: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$; egyetemes gázállandó: $R = 8,314 \text{ kJ/mol K}$;

gázok moláris térfogata: $V_m = 24,45 \text{ dm}^3/\text{mol}$ (std. nyomáson, $25,0 \text{ °C}$ hőmérsékleten)

Faraday-állandó: $F = 96485 \text{ As/mol}$;

- **A mért mennyiségekben** az értékes jegyek számának meghatározását az indokolja, hogy a mért adatok leírt utolsó számjegye a leolvasási pontatlanság következtében bizonytalan, becsült érték. Ezért a mért adat számjegyeinek száma függ a használt eszköz skálájának leolvashatóságától vagy a kijelzőn megjelenő jegyek számától.
- **A mért mennyiségek értékes jegyeinek meghatározását** az alábbi példák segítik:

➤ **a nullától különböző számjegy mind értékes jegy:**

egyenként 4 értékes jegyű pl. a $3,416 \text{ g} - 11,42 \text{ cm}^3 - 541,3 \text{ s}$ és 1276 m

➤ **a zérus a számjegyben és a számjegyet követően szintén értékes jegy:**

3 értékes jegyet mutat pl. a $106 \text{ kg} - 1,02 \text{ g} - 7,94 \text{ cm}^3 - 1,20 \text{ h} - 100 \text{ g}$ és a $8,00 \text{ °C}$ is

➤ **amikor a nulla csak az 1-nél kisebb számban a helyi értéket jelzi, akkor nem számít értékes jegyek:**

pl. a $0,002 \text{ g} - 0,5 \text{ cm}^3 - 7 \text{ min}$ és a $0,08 \text{ m}$ egyaránt csupán 1 értékes jegyet tartalmaz. Ezt **a számjegy normál alakban történő felírása** egyértelműen mutatja meg: $2 \cdot 10^{-3} \text{ g} - 5 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^3 - 7 \text{ min} - 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Ilyen esetekben a mért adat nagyobb pontosságát a tizedesvessző után írt megfelelő számú zérussal juttathatjuk kifejezésre ($2,00 \cdot 10^{-3} \text{ g} - 7,00 \text{ min} - 8,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}$), vagy a méréshez jobban igazodó mértékegységben adjuk meg az eredményt (a zérusokkal együtt): pl. $0,200 \text{ mg} - 0,50 \text{ cm}^3 - 420 \text{ s} - 8,00 \text{ cm}$.

Mértékegység átváltáskor nem csökkenhet, és nem növekedhet meg az értékes jegyek száma!

Vagyis a **2 kg** (1 értékes jegy) = **$2 \cdot 10^3 \text{ g}$** (1 értékes jegy) \neq **2000 g** (4 értékes jegy). Amennyiben a 2 kg tömeget olyan mérlegen mérték, amelyik a grammokat is kijelzi, akkor helyes felírása: 2,000 kg.

Értékes jegyek száma a számításokban

Számításaink során **figyelemmel kell lenni arra, hogy az egyes adatok milyen pontosságúak** (hány „értékes jegyet” tartalmaznak) **és az eredményt annak megfelelően kell megadni!**

- Tapasztalatlan számolók az eredmény pontosságának vélt növelése érdekében gyakran fölöslegesen sok számjegyet tartanak meg. Az eredmény valótlan lesz, ha a szükséges számú értékes jegynél többre adják meg, de akkor is, ha annál kevesebbre.

A mért adatokból **számított eredmény** megadásakor ügyelni kell, hogy az **NEM tartalmazhat több értékes számjegyet**, mint amennyit a mért mennyiségek.

Az értékes jegyek figyelembe vételével **az eredmény megadása** a különböző matematikai műveletekben két alapvetően különböző módon történik.

Összeadás és kivonás esetén valamennyi jegyet figyelembe véve elvégezzük a műveletet, majd *megállapítjuk azt a helyiértéket* (az utolsó értékes jegyet), *amely mindegyikben szerepel és erre az értékre kerekítve adjuk meg a végeredményt.*

$$(3,461728 + 14,91 + 0,980001 + 5,2631 = 24,614829 = 24,61)$$

Szorzás és osztás esetén az eredmény értékes jegyeinek számát *a legkevesebb értékes jegyre* megadott adat határozza meg. Erre a jegyszámra *kerekített végeredményt adunk meg.*

$$(3,4617 \cdot 10^7 \div 5,61 \cdot 10^{-4} = 6,17 \cdot 10^{10})$$

$$\text{v. pl. a kör kerülete } 2\pi r = 2 \cdot 3,5 \text{ cm} \cdot 3,14 = 21,98 = 22 \text{ cm} \text{ (itt csak a sugár a mért adat!!!)}$$

Logaritmus képzése esetén a kiindulási adat értékes jegyeinek száma megegyezik a logaritmus számban a tizedes vessző utáni számjegyek számával. ($\lg 35,46 = 1,5497$)

Kerekítés

- Ha az első elhagyandó számjegy **5-nél kisebb**, akkor egyszerűen „levágjuk” a megmaradó szám után – a meghagyott számjegyek változatlanul maradnak.

$$3,416 \approx 3,4; 5733,332 \approx 5733,3;$$

- Ha az első elhagyandó számjegy **5-nél nagyobb**, vagy 5 és utána nullától eltérő számjegy áll, akkor a meghagyott utolsó számjegyet 1 egységgel megnöveljük.

$$432,468 \approx 432,5; 1,252 \approx 1,3; 67,78 \approx 67,8;$$

- Ha az első elhagyandó számjegy **5 és utána nincs számjegy, vagy csak nulla áll**, akkor a meghagyott utolsó számjegyet változatlanul hagyjuk – ha páros, illetve 1 egységgel megnöveljük – ha páratlan. (Vagyis mindenképpen páros számra fog végződni ez a kerekített szám.)

$$26,15 \approx 26,2; 26,25 \approx 26,2;$$

A számítások pontossága – értékes jegyei

Általában **úgy járunk el helyesen** a számítások során, hogy a részeredményeket egy, vagy két számjeggyel többre adjuk meg, mint a kiindulási adatokat, és **a végeredményt legfeljebb a kiindulási adatok pontosságának megfelelő számú értékes jegyre kerekítjük.**

Miért nem helyes, ha végeredményként minden számjegyet leírunk, amit a számológép mutat?

A mért adatok számjegyei jelzik, hogy milyen pontosságú volt a mérés. Azt semmilyen számítási művelettel nem lehet növelni. Általánosságban nem érvényes, hogy minél több jegyet adunk meg a végeredményben, az annál pontosabb!

Példa: Határozzuk meg a szén-tetraklorid sűrűségét oly módon, hogy mérjük a folyadék tömegét és térfogatát! Hány értékes jegyre adhatjuk meg a szén-tetraklorid sűrűségének számolásánál a végeredményt, ha a felírt adatok jól tükrözik a használt eszközök pontosságát? A számolási feladat megoldásához nem szükséges tudni, hogy az adatokat milyen eszközökkel mérték (pl. táramérleg, analitikai mérleg, mérőhenger, pipetta, piknométer), de annak megfelelő pontossággal (megfelelő számú értékes jegyre) kell az adatokat megadni. A mért adatok:

$$\text{a. } m = 23,93 \text{ g, } V = 15,0 \text{ cm}^3$$

A tömeg 4 értékes jegyre, a térfogat 3 értékes jegyre adott, tehát az eredményt is legfeljebb 3 értékes jegyre kerekítve illik megadni. Vagyis **NEM helyes** a $\rho = 1,595333 \text{ g/cm}^3$ eredmény, hanem csak a $\rho = 1,60 \text{ g/cm}^3$.

A tömeg adata azt jelzi, hogy annak értéke 23,92 g és 23,94 g egyaránt lehet, sőt ha ez egy átlag, akkor a mérleg érzékenységétől függően ± 2 vagy ± 3 egységgel is eltérhetnek az egyes adatok. A térfogat mérésében hasonlóan a tized cm^3 már becsült érték, vagyis 14,9-15,1 cm^3 között mozoghat. A sűrűség számítása során a mért tömeget és a mért térfogatot kell elosztani. De melyik tömeget melyik térfogattal? A mérési hiba akkor mutatkozik meg, ha a legkisebb tömeget a legnagyobb térfogattal, illetve a legnagyobb tömeget a legkisebb térfogattal párosítjuk. Vagyis: $\rho = 23,92 \text{ g}/15,1 \text{ cm}^3 = 1,58410596 \dots \text{ g}/\text{cm}^3$ eredményt látunk; illetve $\rho = 23,94 \text{ g}/14,9 \text{ cm}^3 = 1,606711409 \dots \text{ g}/\text{cm}^3$ is lehetne. Azaz valahol 1,58 és 1,61 között van az átlagos eredmény, mint ahogy azt a megadott 1,60 g/cm^3 is jelzi. Vagyis három értékes jegy szükséges: $1,60 \pm 0,01 \text{ g}/\text{cm}^3$. **NEM helyes** viszont az sem, ha csak 1,6 g/cm^3 eredményt írunk fel, mert az azt jelentené, hogy 1,5 és 1,7 között van a számításunk eredménye.

Feladatok

1. Mekkora a térfogata annak a famintának, amelynek élhosszúságai:

$$a = 14,79 \text{ cm}, b = 12,11 \text{ cm}, c = 5,05 \text{ cm} \quad (904 \text{ cm}^3)$$

2. A Föld teljes édesvízkészletét $3,73 \cdot 10^8 \text{ km}^3$ -re becsülik. Mennyi ez m^3 -ben, illetve literben?
($3,73 \cdot 10^{14} \text{ m}^3$, $3,73 \cdot 10^{17} \text{ dm}^3$)

3. Az USA-ban másodpercenként átlagosan $2,0 \cdot 10^4$ szál cigarettát szívnak el. Mennyi lesz a napi fogyasztás?
($1,7 \cdot 10^9$)

4. A tengerbe ömlött olaj kb. 120 nm vastagságú filmréteget képez a felszínen. Mekkora felületet borít be ilyen vastagságban, ha 2 hordónyi (1 hordó = 120 liter) olaj ömlik ki?
($2,0 \text{ km}^2$)

5. A félévi vizsgán az évfolyam 84 hallgatója közül 18 % ért el jeles eredményt, 25 % jót, 32 % közepest, 13 % elégségest és 12 % bukott meg. Számítsuk ki, hogy hányan milyen eredményt értek el!
(15 jeles, 21 jó, 27 közepes, 11 elégséges, 10 bukás)

6. A befőzéshez használt cukorszirup sűrűsége $1,118 \text{ g}/\text{cm}^3$, kristálycukor tartalma 28,0 tömeg%. Hány kg cukrot kell feloldani, ha 2,75 liter szirupra van szükségünk?
(0,861 kg)

7. A fehérarany 60,0 tömeg% aranyat tartalmaz, és a maradék platina. Mennyi platinára van szükségünk, ha 175 g aranyunk van, hogy megfelelő összetételű fehéraranyat készítsünk?
(117 g)

8. Egy 4,05 m széles, 6,10 m hosszú úszómedencében a víz átlagos mélysége 1,35 m. A víz ($\rho = 1,00 \text{ g}/\text{cm}^3$) fertőtlenítésére 7,00 mg/kg mennyiségű klórt használnak. Hány g klórt tartalmaz a medence?
(233 g)

9. Határozzuk meg a szén-tetraklorid sűrűségét, ha a kimért folyadék térfogata $20,00 \text{ cm}^3$, tömege pedig 31,91 g!
($\rho = 1,596 \text{ g}/\text{cm}^3$)

10. Az emberi vérben kb. $5,4 \cdot 10^9$ vörösvértest van milliliterenként. A vörösvértest térfogata kb. $90,0 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3$, és sűrűsége $1,096 \text{ g}/\text{cm}^3$. Hány liter vérből kaphatunk 0,500 kg vörösvértestet?
($9,4 \cdot 10^2 \text{ cm}^3$)

11. Csapvíz melegítésével 1 csésze kávé szeretnénk készíteni. Mekkora hőmennyiség szükséges a kávé elkészítéséhez, ha 0,180 kg csapvizet $15 \text{ }^\circ\text{C}$ -ról $96 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra kell felmelegíteni, és a víz fajhője $4,18 \text{ J}/\text{g}\cdot^\circ\text{C}$?
(61 kJ)

12. A higany és vegyületei erősen toxikus hatásúak. Az emberi szervezetben fontos enzimekkel reagálva irreverzibilis reakció játszódik le, amely megakadályozza az enzim működését. Ha egy szennyezett tóban milliliterenként 400 ng Hg található, mennyi a higany össztömege a tóban (felülete: 225 km^2 , átlagos mélysége: 4,35 m)?
(392 t)

Elemi higanyként ez milyen térfogatot jelent $25 \text{ }^\circ\text{C}$ -on, ha a sűrűsége: $13,5 \text{ g}/\text{cm}^3$?
($29,0 \text{ m}^3$)

13. Egy felnőtt férfi kb. $8,50 \cdot 10^3$ liter levegőt lélegzik be naponta. Az erősen szennyezett városi levegőben az ólom (Pb) koncentrációja $7,0 \text{ } \mu\text{g}/\text{m}^3$. Feltételezzük, hogy az ólom 75 %-a $1,0 \text{ } \mu\text{m}$ -nél kisebb átmérőjű részecskében van jelen, és ennek 50 %-a marad a tüdőben. Mennyi ólom raktározódik el a tüdőben 1 év alatt, ha a férfi ilyen körülmények között él?
(8,1 mg)

14. Egy 1,23 mg tömegű emberi hajminta elemzésekor kimutatták, hogy az $1,25 \cdot 10^{16}$ arzénatomot tartalmaz. Hány tömeg%-nyi arzént tartalmaz a hajminta? Kimutatható-e arzénmérgezés ebben az esetben, ha tudjuk, hogy 0,0003 tömeg% feletti As-tartalom biztosan mérgező? (0,126 %, nagyon)